UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II

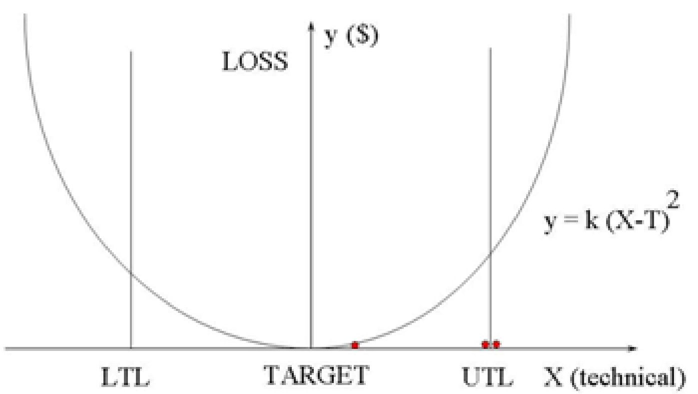
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA AEROSPAZIALE – D.I.A.S.

STATISTICA PER L'INNOVAZIONE

a.a. 2007/2008

Progettazione Robusta

approccio classico attraverso i piani frazionati

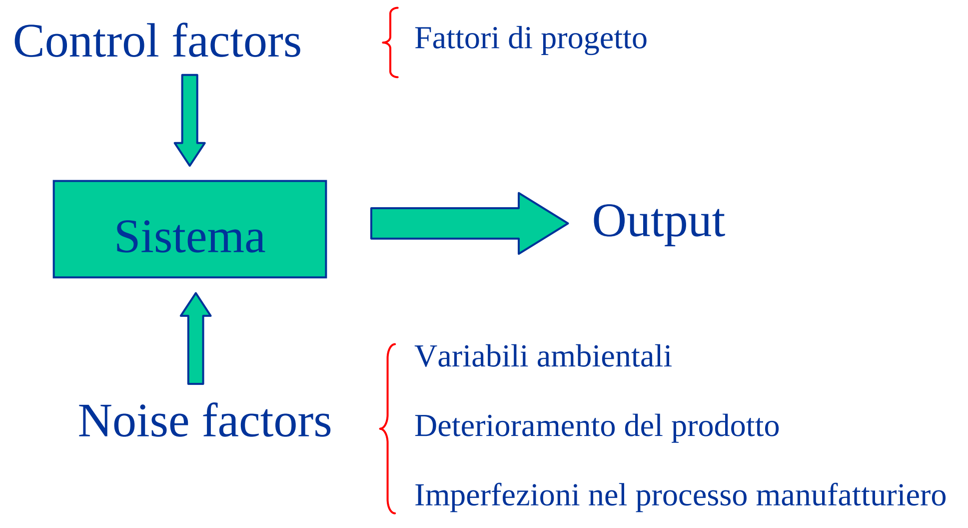


Prof. Antonio Lanzotti

A cura di: Ing. Antonio Lepore
antonio.lepore@unina.it

Parameter Design

La progettazione robusta dei parametri è una metodologia statistica che ha l'obiettivo di ridurre le variazioni in termini di performance di un sistema, attraverso la scelta dei parametri o fattori di controllo meno sensibili ai fattori di disturbo che influenzano il sistema

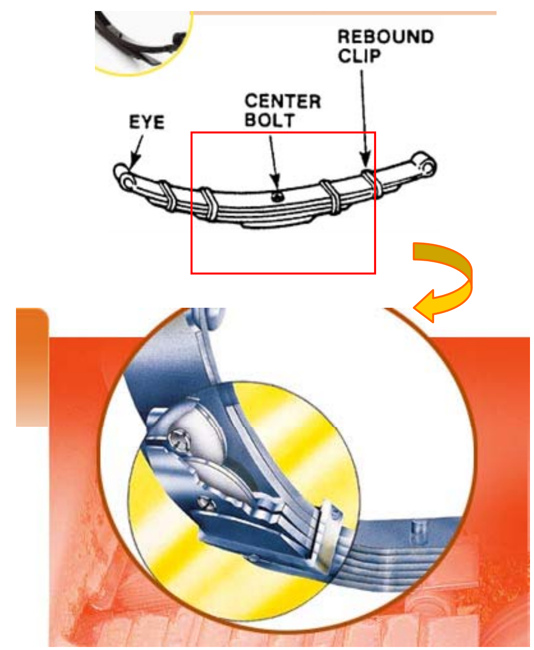


Per condurre un esperimento robusto i fattori di disturbo sono fatti variare sistematicamente per rappresentare il loro comportamento naturale. Per far ciò vengono utilizzati piano fattoriali frazionati e matrici ortogonali

Parameter Design

Esempio (Wu and Hamada 2000)

Supponiamo di volere impostare un esperimento per migliorare un processo di trattamento a caldo di molle a balestra per autocarri. Il trattamento che produce la curvatura (o camber) della molla consiste nel riscaldamento del metallo in un forno ad alta temperatura, e nella successiva tempra in bagno d'olio. L'altezza di una molla non caricata, detta altezza libera, è un'importante caratteristica di qualità il cui valore obiettivo deve essere pari a 203mm.



L'obiettivo della sperimentazione è avere una bassa variabilità attorno al valore target. E' noto inoltre che il valore della perdita a 205mm è pari a 20 euro. I cinque fattori da analizzare sono stati selezionati da tutte le fasi del processo, riscaldamento, trasferimento alla forgiatrice, stampaggio, tempratura. Essi sono tutti quantitativi. In particolare il fattore di tempratura non è controllabile nel normale ciclo produttivo

Parameter Design

Approccio classico: uso dei piani frazionati

Simbolo	Fattore	Livello basso (-)	Livello alto (+)
B	Temperatura del forno (°C)	1000	1025
C	Tempo di riscaldamento (s)	23	25
D	Tempo di trasferimento (s)	10	12
E	Tempo di formatura (s)	2	3
T	Temperatura di tempra (°C)	54-65	65-76

Caratteristica da controllare: altezza libera

Parameter Design

Approccio classico: uso dei piani frazionati

5 fattori da controllare
ognuno a due livelli

Piano completo $\rightarrow$ $2^5 = 32$ **prove**

Effetti principali	Interazioni a 2	Interazioni a 3	Interazioni a 4	Interazioni a 5
5	10	10	5	1

In totale possono essere stimati 31 effetti (pari ai g.d.l a disposizione)

16 prove sono utilizzate per stimare gli effetti delle interazioni di terzo, quarto e quinto ordine

5 fattori da controllare ognuno a due livelli

Piano frazionato $\rightarrow$ $2^{5-1} = 16$ **prove**

Parameter Design

Approccio classico: uso dei piani frazionati

Fattori				
B	C	D	E	T
-	+	+	-	-
+	+	+	+	-
-	-	+	+	-
+	-	+	-	-
-	+	-	+	-
+	+	-	-	-
-	-	-	-	-
+	-	-	+	-
-	+	+	-	+
+	+	+	+	+
-	-	+	+	+
+	-	+	-	+
-	+	-	+	+
+	+	-	-	+
-	-	-	-	+
+	-	-	+	+

B-C-D-T formano un piano completo

$$2^4 = 16$$

Generatore del piano

$$E = BCD$$

Relazione di definizione

$$I = EE = BCDE$$

Parameter Design

Approccio classico: uso dei piani frazionati

Il prezzo che si paga per la riduzione del piano (in questo caso una riduzione a metà ecco il motivo del simbolo $2^{5-1} = 2^{5} \cdot 2^{-1}$) è la nascita di effetti di confondimento che non permettono di discriminare con certezza la stima dell'effetto di un fattore da quello di una interazione fra fattori (in questo caso E ed BCD)

Le 15 relazioni di confondimento si ottengono moltiplicando ambo i lati della relazione di definizione per i fattori da studiare:

B = CDE, C = BDE, D = BCE, E = BCD,
BC = DE, BD = CE, BE = CD,
T = BCDET, BT = CDET, CT = BDET, DT = BCET,
ET = BCDT, BCT = DET, BDT = CET, BET = CDT.

Parameter Design

Approccio classico: uso dei piani frazionati

Prova	B	C	D	E	T	Altezza libera			media	varianza
1	-1	1	1	-1	-1	197,6	197,6	198,4	197,9	0,21
2	1	1	1	1	-1	207	207,8	200,2	205,0	17,44
3	-1	-1	1	1	-1	190,5	192	190,5	191,0	0,75
4	1	-1	1	-1	-1	192,8	192	196,9	193,9	6,91
5	-1	1	-1	1	-1	201,7	203,2	200,2	201,7	2,25
6	1	1	-1	-1	-1	195,3	205,5	204,7	201,8	32,17
7	-1	-1	-1	-1	-1	192	193,5	189	191,5	5,25
8	1	-1	-1	1	-1	192	198,4	195,3	195,2	10,24
9	-1	1	1	-1	1	190,5	184,2	180,8	185,2	24,22
10	1	1	1	1	1	200,2	200,2	189	196,4	41,81
11	-1	-1	1	1	1	190,5	192	190,5	191,0	0,75
12	1	-1	1	-1	1	193,8	196,9	192	194,2	6,143
13	-1	1	-1	1	1	185,9	189	189	188,0	3,20
14	1	1	-1	-1	1	192	195,3	193,5	193,6	2,73
15	-1	-1	-1	-1	1	182,4	182,4	184,2	183,0	1,08
16	1	-1	-1	1	1	198,4	190,5	192,8	193,9	16,51

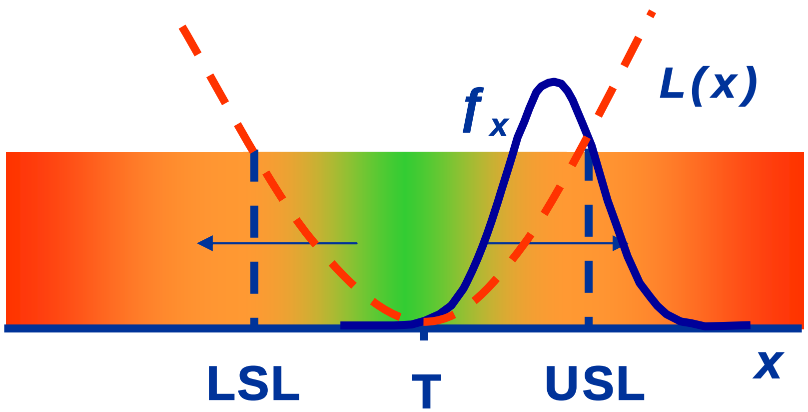
Parameter Design

Obiettivi

Gli **obiettivi principali** dello studio sono:

- Individuare i fattori più importanti;
- Verificare la possibilità di ottenere in media l'obiettivo e di ridurre contemporaneamente la varianza, indicando eventuali strategie per migliorare la qualità del prodotto.
- Valutare quali valori dei **fattori di controllo** permettono di portare al valore obiettivo l'altezza libera media.

Nei problemi del tipo **nominal the best**, una misura quantitativa della **perdita** che cresce in funzione dello scostamento da un valore Target (valore nominale)



X	***Caratteristica da controllare (output o risposta del sistema)***
f_x	***pdf della X***
LSL, USL	***Valori della X in cui è noto il valore della funzione perdita***

$\Delta = (USL - LSL)/2$

Funzione Perdita

$$L(x) = K(x-T)^2$$

- è nulla quando il processo è perfettamente centrato (x -T=0)
- vale A_0 in corrispondenza di LSL e USL

$$K = \frac{A_0}{\Delta^2}$$

Parameter Design

Perdita Attesa

La perdita attesa può essere espressa come:

$$E\left\{L\left(x\right)\right\} = \frac{A_0}{\Delta^2}\left[\left(\mu - T\right)^2 + \sigma^2\right]$$

Può essere minimizzata scegliendo i livelli dei parametri in modo tale da minimizzare la varianza della risposta e i livelli che avvicinino la media intorno al valore obiettivo.

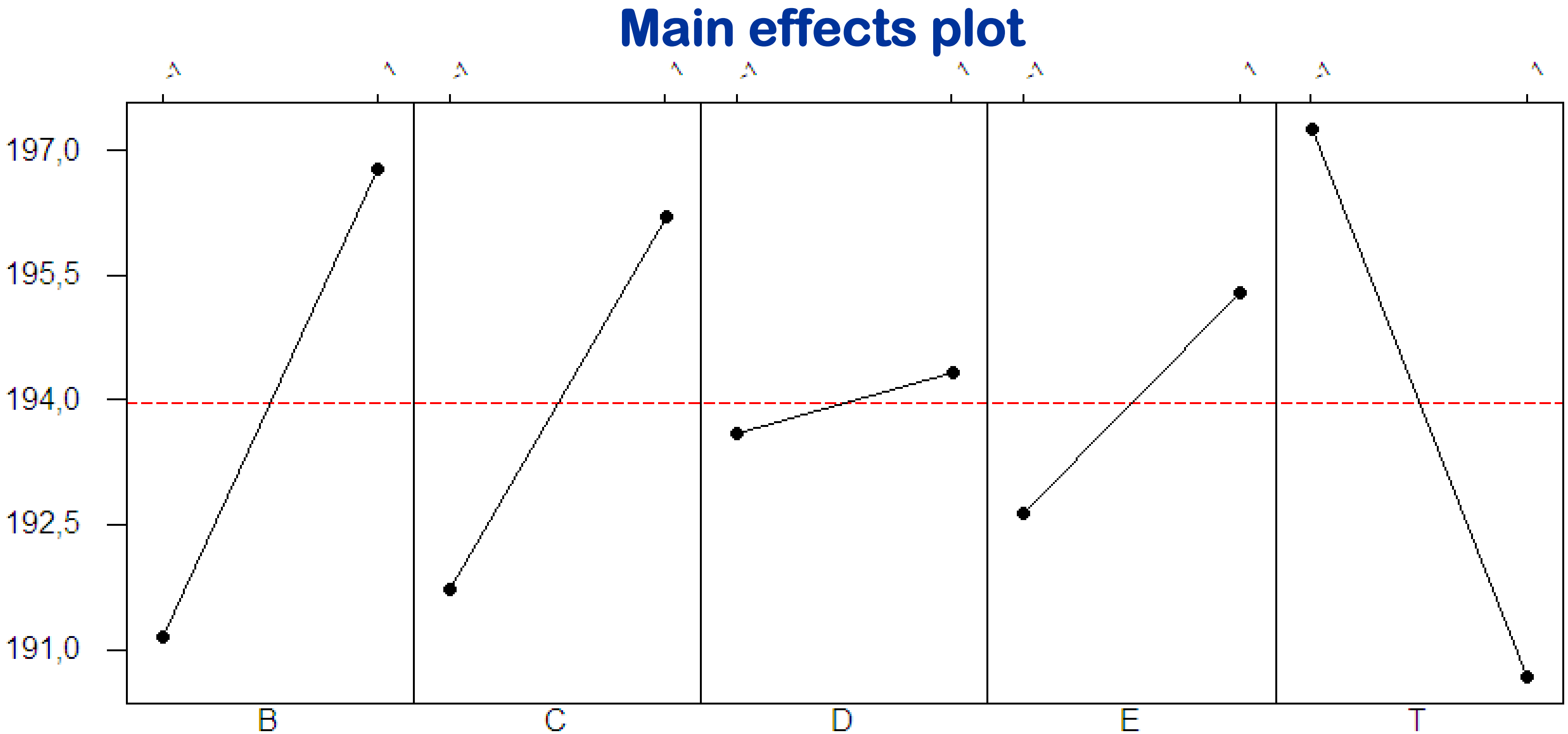
Generalmente la selezione dei livelli viene effettuata in due step:

1) selezione dei i livelli di quei fattori che minimizzano la varianza;

2) selezione del livello di un fattore che non influenza la varianza per portare la media μ più prossima al valore obiettivo T.

L'effetto medio del generico fattore è calcolato come:

$$eff\,(X) = \overline{y}(X+) - \overline{y}(X-)$$



Parameter Design

Stima degli effetti di interazione

Se indichiamo con A e B i generici fattori di cui vogliamo calcolare l'effetto di interazione abbiamo:

$$eff\,(AB) = \frac{1}{2}\left\{\overline{y}(B+|A+) - \overline{y}(B-|A+)\right\} - \frac{1}{2}\left\{\overline{y}(B+|A-) - \overline{y}(B-|A-)\right\}$$

Si definisce effetto medio condizionato del fattore B al livello (+) di A:

$$eff\,(B|A+) = \overline{y}(B+|A+) - \overline{y}(B-|A+)$$

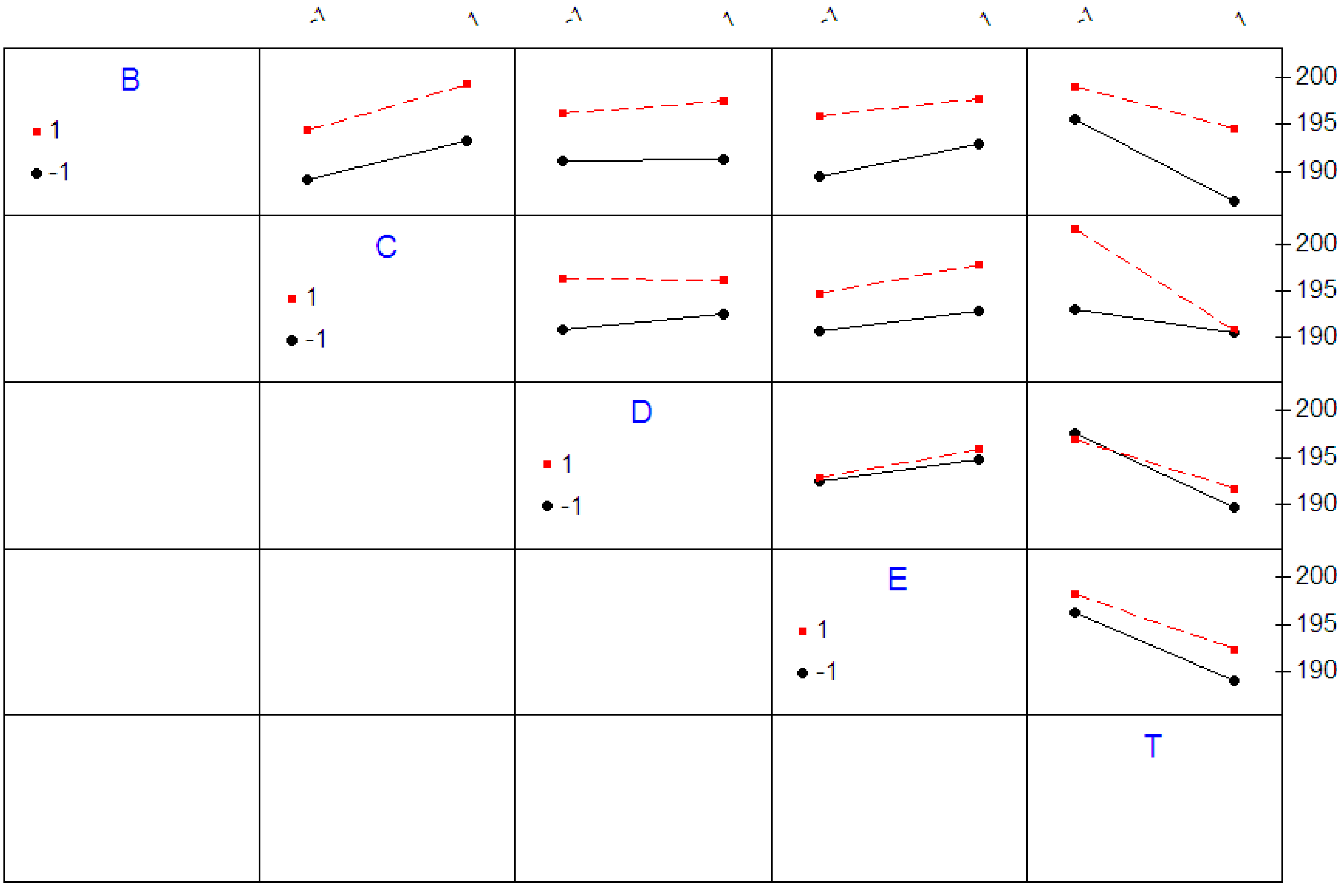
Allora:

$$eff\,(AB) = \frac{1}{2}\left\{eff\,(B|A+) - eff\,(B|A-)\right\}$$

Si osserva che una significativa interazione indica che l'effetto di un fattore dipende dai livelli dell'altro fattore

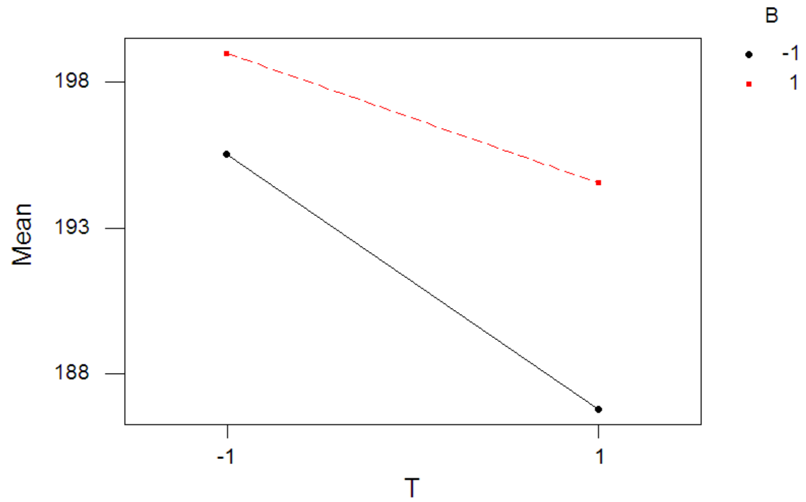
Parameter Design

Interaction effects plot



Parameter Design

Interaction effects plot



T vs B - plot

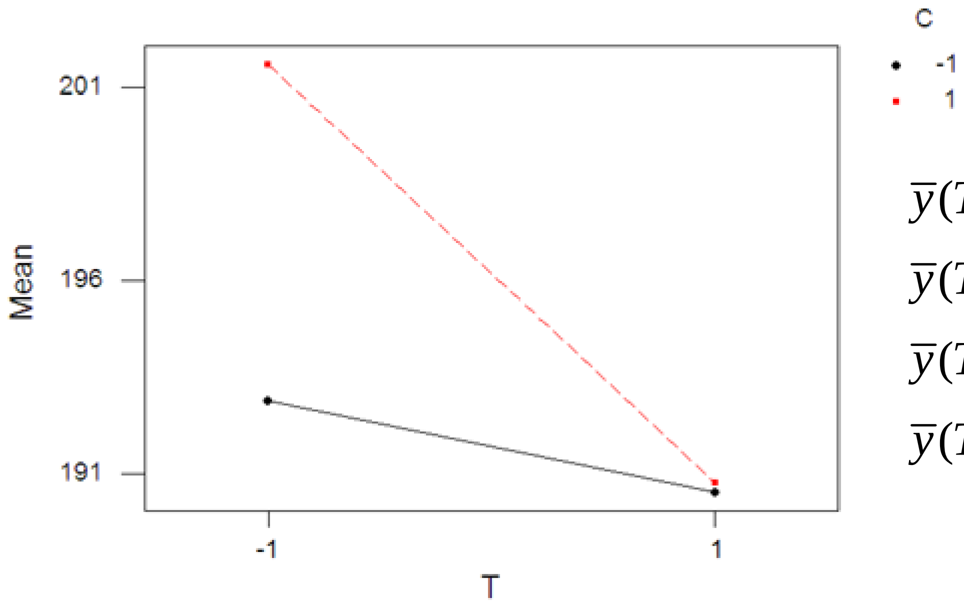
$$\bar{y}(T+|B+) = 194,55$$

$$\bar{y}(T+|B-) = 185,78$$

$$\bar{y}(T-|B+) = 198,99$$

$$\bar{y}(T-|B-) = 195,52$$

$$\Rightarrow \quad eff\,(TB) = 2,65$$



T vs C - plot

$$\bar{y}(T+|C+) = 190,80$$

$$\bar{y}(T+|C-) = 190,53$$

$$\bar{y}(T-|C+) = 201,60$$

$$\bar{y}(T-|C-) = 192,90$$

$$\Rightarrow \quad eff\,(TC) = -4,21$$

Se indichiamo con A B e C i generici fattori di cui vogliamo calcolare l'effetto di interazione a tre abbiamo:

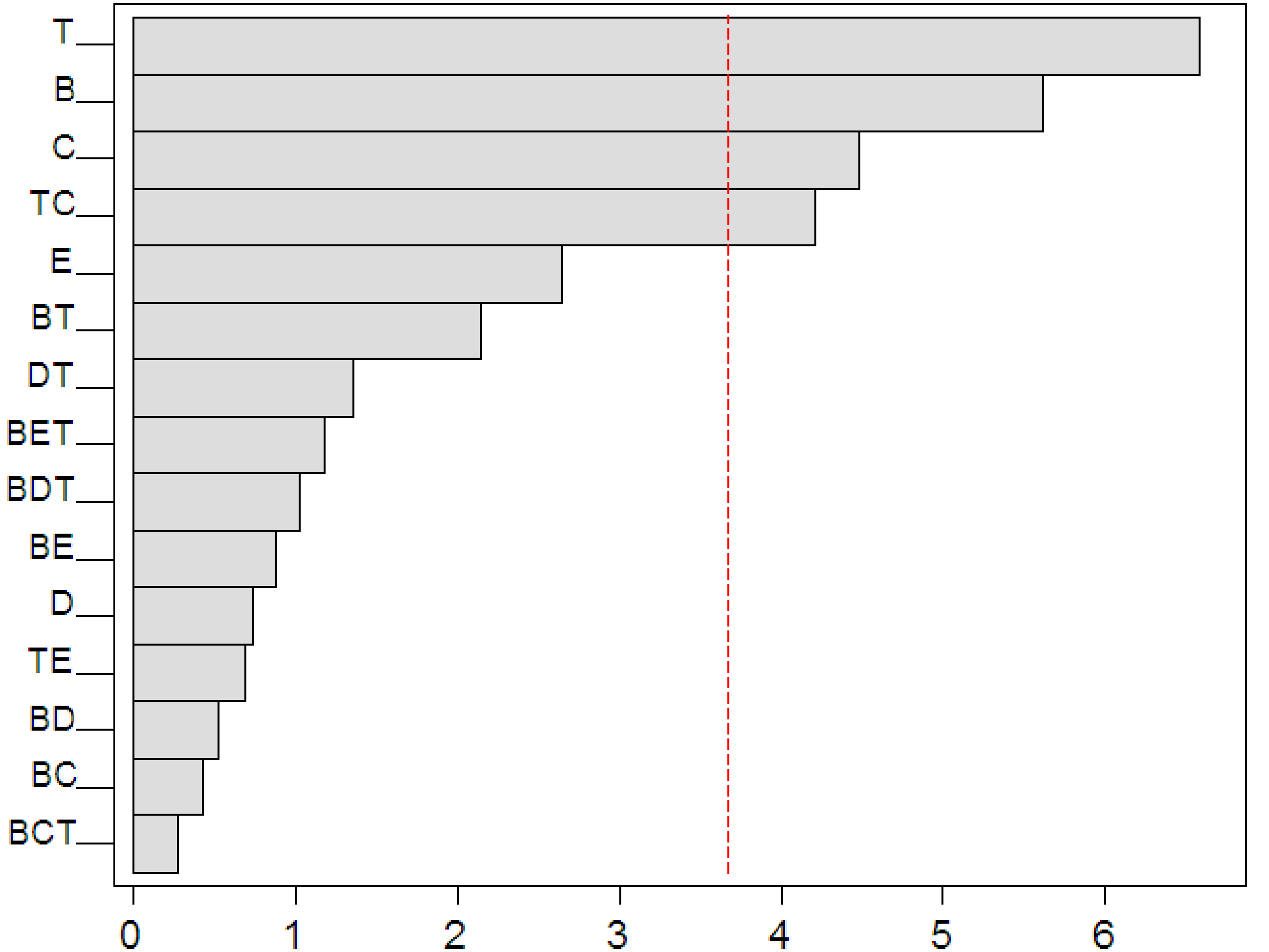
$$eff\,(ABC) = \frac{1}{2} eff\,(AB|C+) - \frac{1}{2} eff\,(AB|C-)$$

Se invece indichiamo con (A_1 A_2 … A_k) k- generici fattori di cui vogliamo calcolare l'effetto di interazione di ordine k-1 abbiamo:

$$eff\,(A_1 A_2 ... A_k) = \frac{1}{2} eff\,(A_1 A_2 ... A_{k-1} | A_k +) - \frac{1}{2} eff\,(A_1 A_2 ... A_{k-1} | A_k -)$$

Parameter Design

Grafico di Pareto per gli effetti sulla media



Significatività degli effetti sulla media

Grafico di probabilità normale

I punti che cadono lontano dalla retta che meglio interpola i punti centrali (cioè le stime prossime a zero) sono dichiarati significativi. Le stime degli effetti si possono pensare come normalmente distribuite con media uguale alla media degli effetti.

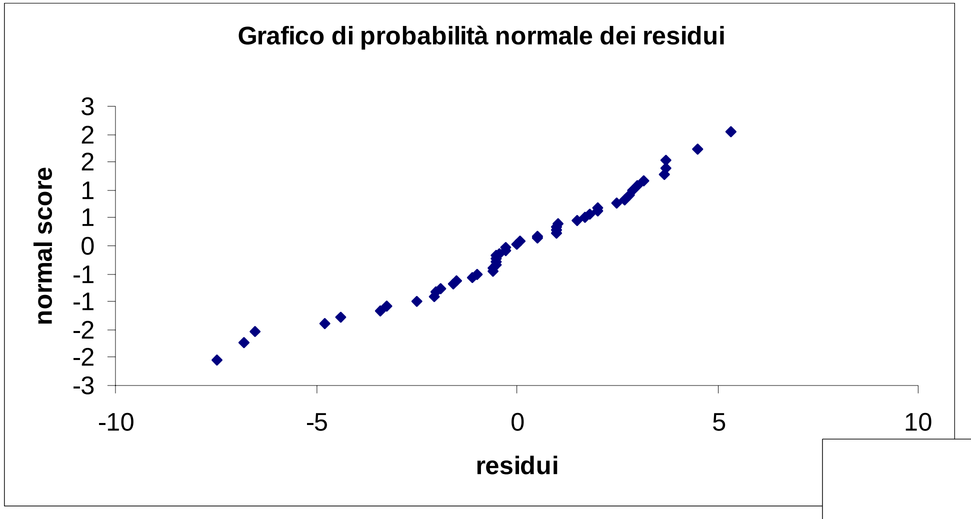
Se facciamo un test con l'ipotesi H_0 che tutti gli effetti siano nulli, la media delle stime di tutti gli effetti sarà zero. Nel grafico di probabilità questo si tradurrà in punti allineati su una retta quando le stime saranno prossime allo zero ed in punti lontani da questa quando vale l'ipotesi alternativa (non direzionale).

Il metodo, ideato da Daniel (1959), non richiede la stima della varianza dell'effetto ed è quindi utile nel caso di esperimenti non replicati

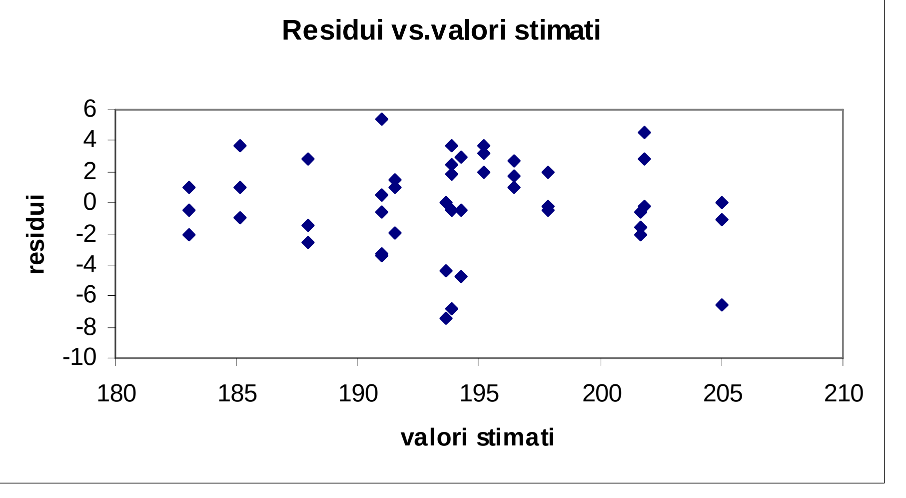
Significatività degli effetti sulla media

Analisi della varianza

Un metodo più rigoroso per valutare la significatività degli effetti è l'analisi della varianza



Le ipotesi di applicabilità del modello ANOVA sono soddisfatte



Significatività degli effetti sulla media

Analisi della varianza

Origine	SS	gdl	MSE	z*	p
B	379,12	1	379,12	35,33	**1,27E-06**
C	240,75	1	240,75	22,44	**4,26E-05**
D	6,5268	1	6,53	0,61	**0,44**
E	84,005	1	84,01	7,83	**0,0086**
T	520,74	1	520,74	48,53	**6,83E-08**
BC	2,210	1	2,21	0,21	**0,652**
BD	3,25	1	3,25	0,30	**0,585**
CD	9,45	1	9,45	0,88	**0,35**
BT	55,25	1	55,25	5,15	**0,0301**
CT	212,94	1	212,94	19,84	**9,61E-05**
DT	22,27	1	22,28	2,08	**0,15**
ET	5,67	1	5,67	0,53	**0,472**
Errore	343,36	32	10,730		
Totale	1915,65	47			

$$\boxed{p < a = 0,05}$$